

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир

АЛГЕБРА

Учебник для 7 класса
общеобразовательных
учебных заведений

Рекомендовано
Министерством образования и науки Украины

Харьков
«Гимназия»
2016

УДК 373.167.1:512

ББК 22.14я721

М52

Рекомендовано

*Министерством образования и науки Украины
(приказ МОН України от 20.07.2015 № 777)*

Мерзляк А. Г.

М52 Алгебра : учеб. для 7 кл. общеобразоват. учеб. заведений / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — Х. : Гимназия, 2015. — 256 с. : ил.
ISBN 978-966-474-254-9.

УДК 373.167.1:512

ББК 22.14я721

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

АЛГЕБРА

**Підручник для 7 класу
загальноосвітніх навчальних закладів**

Російською мовою

Головний редактор *Г. Ф. Висоцька*
Відповідальний за випуск *М. В. Москаленко*
Літературний редактор *Т. Є. Цента*
Художнє оформлення та дизайн *Д. В. Висоцького*
Технічний редактор *О. В. Лісневська*
Коректор *Т. Є. Цента*
Комп'ютерне верстання *С. І. Северин*

Формат 60×90/16. Папір офсетний. Гарнітура шкільна. Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 16,00. Обл.-вид. арк. 14,86. Тираж 3000 прим. Зам. № 3

ТОВ ТО «Гімназія»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93
E-mail: contact@gymnasia.com.ua
www.gymnasia.com.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

Надруковано з діапозитивів, виготовлених ТОВ ТО «Гімназія»,
у друкарні ПП «Модем», вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел. (057) 758-15-80

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский,
М. С. Якир, 2015

© ООО ТО «Гимназия», оригинал-макет,
художественное оформление, 2015

ISBN 978-966-474-254-9

УЧЕНИКАМ

ДОРОГИЕ СЕМИКЛАССНИКИ

Вы начинаете изучать новый школьный предмет — алгебру.

Алгебра — очень древняя и мудрая наука. С ее азами вам предстоит познакомиться. Знать алгебру чрезвычайно важно. По-видимому, нет сегодня такой области знаний, в которой не применялись бы достижения этой науки: физики и химики, астрономы и биологи, географы и экономисты, даже языковеды и историки используют «алгебраический инструмент».

Алгебра — не только полезный, но и очень интересный предмет, развивающий сообразительность и логическое мышление. И мы надеемся, что вы в этом скоро убедитесь с помощью учебника, который держите в руках. Ознакомьтесь с его структурой.

Текст учебника разделен на четыре параграфа, каждый из которых состоит из пунктов. В пунктах изложен теоретический материал. Наиболее важные сведения выделены **жирным шрифтом** и *курсивом*.

Как правило, изложение теоретического материала завершается примерами решения задач. Эти записи можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

К каждому пункту подобраны задачи для самостоятельного решения, к которым мы советуем приступать только после усвоения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности упражнения, так и трудные задачи (особенно отмеченные «звездочкой» (*)).

Каждый пункт завершается рубрикой «Учимся делать нестандартные шаги». В ней собраны задачи, для решения которых нужны не специальные алгебраические знания, а лишь здравый смысл, изобретательность и сообразительность. Эти задачи полезны, как витамины. Они помогут вам научиться принимать неожиданные и нестандартные решения не только в математике, но и в жизни.

В рубрике «Когда сделаны уроки» вы сможете прочитать рассказы по истории алгебры.

Дерзайте! Желаем успеха!

УЧИТЕЛЯМ

УВАЖАЕМЫЕ КОЛЛЕГИ!





В учебной программе по математике для учащихся 5–9 классов общеобразовательных учебных заведений указано: «Содержание учебного материала структурировано по темам соответствующих учебных курсов с определением количества часов на их изучение. Такое распределение содержания и учебного времени является ориентировочным. Учителю и авторам учебников дано право корректировать его в зависимости от принятой методической концепции...».

Учитывая приведенное, мы сочли целесообразным начать курс с темы «Линейное уравнение с одной переменной». Это позволяет существенно разнообразить дидактический материал параграфа «Целые выражения».

Мы надеемся, что этот учебник станет надежным помощником в вашем нелегком и благородном труде, и будем искренне рады, если он вам понравится.

Желаем творческого вдохновения и терпения.

Условные обозначения

- n° задания, соответствующие начальному и среднему уровням учебных достижений;
- n^* задания, соответствующие достаточному уровню учебных достижений;
- n^{**} задания, соответствующие высокому уровню учебных достижений;
- n^* задачи для математических кружков и факультативов;
-  окончание доказательства теоремы;
-  окончание решения примера;
-  задания, которые можно выполнять с помощью компьютера;
-  рубрика «Когда сделаны уроки».

Зеленым цветом отмечены номера задач, рекомендуемых для домашней работы, **синим** цветом — номера задач, которые по усмотрению учителя с учетом индивидуальных особенностей учащихся класса можно решать устно.

1. Введение в алгебру

Алгебра — новый для вас школьный предмет. Тем не менее вы уже знакомы с «азбукой» этой науки. Так, когда вы записывали формулы и составляли уравнения, вам приходилось обозначать числа буквами, конструируя **буквенные выражения**.

Например, записи a^2 , $(x + y)^2$, $2(a + b)$, $\frac{x-y+z}{2}$, abc , $\frac{m}{n}$ являются буквенными выражениями.

Подчеркнем, что не всякая запись, состоящая из чисел, букв, знаков арифметических действий и скобок, является буквенным выражением. Например, запись $2x +) - ($ представляет собой бессмысленный набор символов.

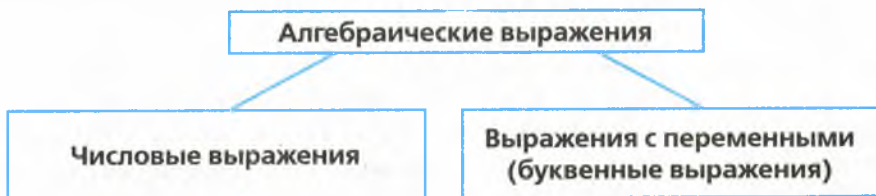
Вместе с тем выражение, составленное из одной буквы, считают буквенным выражением.

Рассмотрим буквенное выражение $2(a + b)$. Вы знаете, что с его помощью можно найти периметр прямоугольника со сторонами a и b . Если, например, буквы a и b заменить соответственно числами 3 и 4, то получим **числовое выражение** $2(3 + 4)$. В этом случае периметр прямоугольника будет равен 14 единицам длины. Число 14 называют **значением числового выражения** $2(3 + 4)$.

Понятно, что вместо букв a и b можно подставлять и другие числа, получая каждый раз новое числовое выражение.

Поскольку буквы можно заменять произвольными числами, то эти буквы называют **переменными**, а само буквенное выражение — **выражением с переменными** (или с переменной, если она одна).

Рассмотрим выражение $2x + 3$. Если переменную x заменить, например, числом $\frac{1}{2}$, то получим числовое выражение $2 \cdot \frac{1}{2} + 3$. При этом говорят, что $\frac{1}{2}$ — значение переменной x , а число 4 — значение выражения $2x + 3$ при $x = \frac{1}{2}$. Числовые выражения и выражения с переменными называют **алгебраическими выражениями**.



Рассмотрим две группы алгебраических выражений:

I группа

$$x - y^3$$

$$\frac{a}{4}$$

$$\frac{1}{3}b^2 + 5a$$

$$\frac{mn}{7}$$

II группа

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{a}{(a+b)^2}$$

$$\frac{m}{n+3}$$

$$5 - \frac{x}{y^2}$$

Выражения каждой группы содержат такие действия: сложение, вычитание, умножение, возведение в степень, деление. Однако выражения первой группы не содержат деления на выражения с переменными. Поэтому выражения первой группы называют **целыми выражениями**. Выражения второй группы целыми не являются.

В 7 классе мы будем изучать целые выражения.

ПРИМЕР Значения переменных a , b и m таковы, что $a - b = 4$, $m = -5$. Чему равно значение выражения $7bm - 7am$?

Решение. Используя распределительное и сочетательное свойства умножения, получаем:

$$7bm - 7am = 7m(b - a) = 7 \cdot (-5) \cdot (-4) = 7 \cdot 20 = 140.$$

Ответ: 140. ●



1. Как иначе называют буквенные выражения?
2. Какие выражения называют алгебраическими?
3. Какие алгебраические выражения называют целыми?

УПРАЖНЕНИЯ

1.° Найдите значение числового выражения:

1) $0,72 + 3,018$; 3) $1,8 \cdot 0,3$; 5) $72 : 0,09$;

2) $4 - 2,8$; 4) $5,4 : 6$; 6) $9 : 4$.

2.° Чему равно значение выражения:

1) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{16} \cdot \frac{8}{35}$; 5) $\frac{46}{75} : \frac{23}{45}$; 7) $10 : \frac{5}{11}$;

2) $\frac{3}{7} - \frac{2}{9}$; 4) $\frac{4}{9} \cdot 18$; 6) $\frac{2}{3} : 4$; 8) $2\frac{3}{8} + 4\frac{1}{6}$;

$$9) 6 - 1\frac{3}{5}; \quad 10) 4\frac{2}{7} - 1\frac{4}{9}; \quad 11) 8\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{14}; \quad 12) 1\frac{3}{5} : 5\frac{1}{3}?$$

3.° Вычислите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} 1) 3,8 + (-2,5); & 6) 0 - 7,8; & 11) -48 \cdot 0; \\ 2) -4,8 + 4,8; & 7) 0 - (-2,4); & 12) -3,3 : (-11); \\ 3) -1 + 0,39; & 8) -4,5 - 2,5; & 13) 3,2 : (-4); \\ 4) 9,4 - (-7,8); & 9) 8 \cdot (-0,4); & 14) \left(\frac{1}{2}\right)^3; \\ 5) 4,2 - 5,7; & 10) -1,2 \cdot (-0,5); & 15) \left(-1\frac{1}{3}\right)^2. \end{array}$$

4.° Чему равно значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) 18\frac{5}{12} - \frac{7}{12} \cdot 1\frac{19}{21} - \frac{17}{72} \cdot \frac{2}{3}; & 4) \left(-\frac{7}{18} + \frac{11}{12}\right) : \left(-\frac{19}{48}\right); \\ 2) \left(6\frac{3}{4} - 5\frac{1}{8} : 1\frac{9}{32}\right) \cdot \frac{5}{11}; & 5) \left(-3\frac{1}{12} - 2\frac{1}{15}\right) : \left(-5\frac{3}{20}\right)? \\ 3) (-1,42 - (-3,22)) : (-0,4) + (-6) \cdot (-0,7); \end{array}$$

5.° Вычислите значение числового выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) 14\frac{7}{15} - 3\frac{3}{23} \cdot \frac{23}{27} - 1\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}; & 3) (-3,25 - 2,75) : (-0,6) + 0,8 \cdot (-7); \\ 2) \left(5\frac{8}{9} : 1\frac{17}{36} + 1\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{5}{21}; & 4) \left(-1\frac{3}{8} - 2\frac{5}{12}\right) : 5\frac{5}{12}. \end{array}$$

6.° Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) произведение суммы чисел -12 и 8 и числа $0,5$;
- 2) сумма произведения чисел -12 и 8 и числа $0,5$;
- 3) частное суммы и разности чисел $-1,6$ и $-1,2$;
- 4) квадрат суммы чисел -10 и 6 ;
- 5) сумма квадратов чисел -10 и 6 .

7.° Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) частное от деления суммы чисел $\frac{4}{9}$ и $-\frac{5}{6}$ на число $-\frac{14}{27}$;
- 2) разность произведения чисел $-1,5$ и 4 и числа 2 ;
- 3) произведение суммы и разности чисел $-1,9$ и $0,9$;
- 4) куб разности чисел 6 и 8 .

8.° Найдите значение выражения:

- 1) $2x - 3$ при $x = 4$; 0 ; -3 ;
- 2) $\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}b$ при $a = -6$, $b = 16$;
- 3) $3m - 5n + 3k$ при $m = -7$, $n = 1,4$, $k = -0,1$.

9.° Вычислите значение выражения:

- 1) $0,4y + 1$ при $y = -0,5$; 8 ; -10 ;
- 2) $\frac{2}{7}c - 0,2d$ при $c = -28$, $d = 15$.

10.° Какие из данных выражений являются целыми:

1) $7a + 0,3$;

3) $\frac{a+b}{c}$;

5) $\frac{3m}{5} + \frac{5}{3m}$;

2) $5x\left(y - \frac{1}{3}\right)$;

4) $\frac{a+b}{4}$;

6) $9x - 5y + \frac{1}{z}$?

11.° Используя термины «сумма», «разность», «произведение», «частное», прочитайте алгебраические выражения и укажите, какие из них являются целыми:

1) $a - (b + c)$;

4) $2m - 10$;

7) $ac + bc$;

2) $a + bc$;

5) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$;

8) $\frac{a}{b+4}$;

3) $x - \frac{y}{z}$;

6) $(a + b) c$;

9) $(a - b) (c + d)$.

12.° Запишите в виде выражения:

1) число, противоположное числу a ;2) число, обратное числу a ;3) сумму чисел x и y ;4) число, обратное сумме чисел x и y ;5) сумму чисел, обратных числам x и y ;6) сумму числа a и его квадрата;7) частное от деления числа a на число, противоположное числу b ;8) произведение суммы чисел a и b и числа, обратного числу c ;9) разность произведения чисел m и n и частного чисел p и q .

13.° Карандаш стоит x грн, а тетрадь — y грн. Запишите в виде выражения с переменными:

1) сколько стоят 5 карандашей и 7 тетрадей;

2) на сколько больше надо заплатить за a тетрадей, чем за b карандашей.

14.° Рабочему выдали заработную плату одной купюрой номиналом 100 грн, a купюрами номиналом 50 грн и b купюрами по 20 грн. Запишите в виде выражения с переменными, какую сумму денег получил рабочий.

15.° Из двух городов, расстояние между которыми равно 300 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля со скоростями m км/ч и n км/ч. Запишите в виде выражения с переменными, через сколько часов после начала движения они встретятся.

16.° Из двух сел, расстояние между которыми равно s км, одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Пешеход идет впереди со скоростью a км/ч, а велосипедист едет со скоростью b км/ч. Запишите в виде выражения с переменными, через сколько часов после начала движения

велосипедист догонит пешехода. Вычислите значение полученного выражения при $a = 4$, $b = 12$, $s = 12$.

17.* Запишите в виде выражения:

- 1) утроенное произведение разности чисел a и b и их суммы;
- 2) сумму трех последовательных натуральных чисел, меньшее из которых равно n ;
- 3) произведение трех последовательных четных натуральных чисел, большее из которых равно $2k$;
- 4) число, в котором a тысяч, b сотен и c единиц;
- 5) количество сантиметров в x метрах и y сантиметрах;
- 6) количество секунд в t часах, n минутах и p секундах.

18.* Запишите в виде выражения:

- 1) произведение четырех последовательных натуральных чисел, большее из которых равно x ;
- 2) разность произведения двух последовательных нечетных чисел и меньшего из них, если большее число равно $2k + 1$;
- 3) количество килограммов в a тоннах и b центнерах.

19.** Составьте выражения для вычисления длины синей линии и площади фигуры, ограниченной этой линией (рис. 1).

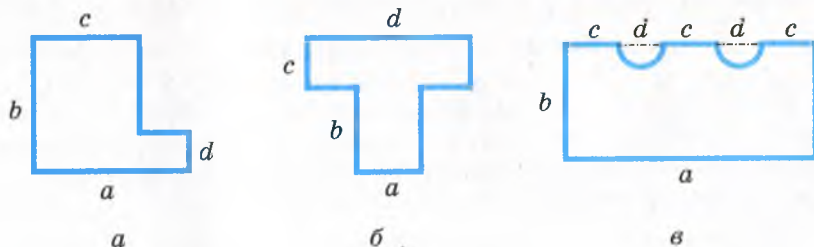


Рис. 1

20.** Составьте выражения для вычисления длины синей линии и площади фигуры, ограниченной этой линией (рис. 2).

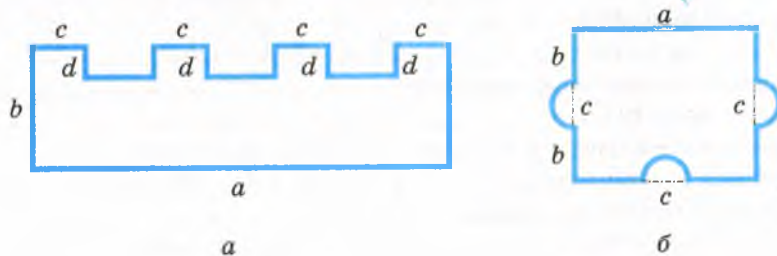


Рис. 2

21. Значения переменных a и b таковы, что $a + b = -8$, $c = 4$. Чему равно значение выражения:
 1) $a + b - c$; 2) $0,5(a + b) + c$; 3) $3ac + 3bc$?
22. Значения переменных m и n таковы, что $m - n = 5$, $k = -2$. Чему равно значение выражения:
 1) $(n - m)k$; 2) $2m - 2n + 3k$?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

23. (Задача из украинского фольклора.) Мельник берет за работу $\frac{1}{10}$ смолотой муки. Сколько пудов муки намолоти крестьянину, если домой он повез 99 пудов?
24. В столовую завезли капусту, морковь и картофель. Капусты было 64 кг, масса моркови составляла $\frac{5}{8}$ массы капусты, а масса картофеля — 180 % массы моркови. Сколько всего килограммов овощей завезли в столовую?
25. Известно, что a и b — натуральные числа, а число $\frac{a}{b}$ — правильная дробь. Можно ли утверждать, что:
 1) $a - b > 0$; 2) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$; 3) $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$?

ГОТОВИМСЯ К ИЗУЧЕНИЮ НОВОЙ ТЕМЫ

26. Докажите, что:
 1) число 5 является корнем уравнения $3x + 1 = 21 - x$;
 2) число -2 не является корнем уравнения $x(x + 4) = 4$.
27. Решите уравнение:
 1) $0,3x = 9$; 2) $-2x = 3$; 3) $15x = 0$.
28. Раскройте скобки:
 1) $2(x - 3y + 4z)$; 2) $-0,4(-5 + 1,5y)$.
29. Приведите подобные слагаемые:
 1) $4a + 9a - 18a + a$; 2) $1,2a - a + b - 2,1b$.
30. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:
 1) $(x + 3,2) - (x + 4,5)$; 2) $1,4(a - 2) - (6 - 2a)$.
31. Найдите корень уравнения:
 1) $2x - 7 = x + 4$; 2) $-0,7(5 - x) = -4,9$.

Обновите в памяти содержание пунктов 27, 28 на с. 242, 243.

УЧИМСЯ ДЕЛАТЬ НЕСТАНДАРТНЫЕ ШАГИ

32. Даны 12 натуральных чисел. Докажите, что из них всегда можно выбрать два, разность которых делится нацело на 11.

Книга о восстановлении и противопоставлении



При подготовке к новой теме вы повторили основные свойства уравнений (пп. 27, 28 на с. 242, 243). Примечательно, что с одним из этих свойств связано происхождение слова «алгебра».

В IX в. выдающийся ученый Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми (что означает Мухаммед, сын Мусы, из Хорезма) написал трактат о способах решения уравнений. В те времена отрицательные числа считали невозможными, ложными, абсурдными. Поэтому, если при решении уравнений появлялось «ложное» число, его превращали в «настоящее», перенося в другую часть уравнения. Такое преобразование Мухаммед аль-Хорезми назвал *восстановлением* (по-арабски — «аль-джебр»). Уничтожение одинаковых членов в обеих частях уравнения он назвал *противопоставлением* (по-арабски — «аль-мукабала»).

Сам трактат носил название «Краткая книга об исчислении восстановления и противопоставления» (по-арабски — «Китаб аль-мухтасар фи хисаб аль-джебр ва-аль-мукабала»).

Слово «аль-джебр» со временем превратилось в хорошо знакомое всем слово «алгебра».

В XII в. труды аль-Хорезми были переведены на латынь. В средневековой Европе имя аль-Хорезми записывали как *Algorizmi*, и многие правила из его трудов начинались словами *Dixit Algorizmi* («Алгоризми сказал»). Постепенно стали привыкать, что с этих слов начинаются многие правила, а слово *Algorizmi* перестали связывать с именем автора. Так возник термин «алгоритм», которым обозначают процесс, позволяющий за конечное количество шагов получить решение задачи.

С такими процессами вы подробно ознакомитесь на уроках информатики.



Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми (IX в.)

Среднеазиатский математик, астроном и географ. Он первый в своих научных работах рассматривал алгебру как самостоятельный раздел математики.

§ 1

ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

- В этом параграфе вы повторите свойства уравнений, сможете усовершенствовать навыки решения уравнений и задач на составление уравнений.
- Вы узнаете, что многие известные вам уравнения можно объединить в один класс.

Линейное уравнение с одной переменной

Рассмотрим три уравнения:

$$2x = -3,$$

$$0x = 0,$$

$$0x = 2.$$

Число $-1,5$ является единственным корнем первого уравнения.

Поскольку произведение любого числа на нуль равно нулю, то корнем второго уравнения является любое число.

Третье уравнение корней не имеет.

Несмотря на существенное различие полученных ответов, приведенные уравнения внешне похожи: все они имеют вид $ax = b$, где x — переменная, a и b — некоторые числа.

Уравнение вида $ax = b$, где x — переменная, a и b — некоторые числа, называют **линейным уравнением с одной переменной**.

Приведем еще примеры линейных уравнений:

$$\frac{1}{2}x = 7; -0,4x = 2,8; -x = 0.$$

Заметим, что, например, уравнения $x^2 = 0$, $(x - 2)(x - 3) = 0$, $|x| = 5$ линейными не являются.

Текст, выделенный **жирным шрифтом**, разъясняет смысл термина «линейное уравнение с одной переменной». В математике предложение, раскрывающее суть термина (понятия, объекта), называют **определением**.

Итак, мы сформулировали (или, как говорят, дали) определение линейного уравнения с одной переменной.

Решим уравнение $ax = b$ для различных значений a и b .

1) Если $a \neq 0$, то, разделив обе части уравнения $ax = b$ на a , получим $x = \frac{b}{a}$. Тогда можно сделать следующий вывод: *если $a \neq 0$, то уравнение $ax = b$ имеет единственный корень, равный $\frac{b}{a}$.*

2) Если $a = 0$, то линейное уравнение приобретает такой вид: $0x = b$. Тогда возможны два случая: $b = 0$ или $b \neq 0$.

В первом случае получаем уравнение $0x = 0$. Тогда можно сделать следующий вывод: *если $a = 0$ и $b = 0$, то уравнение $ax = b$ имеет бесконечно много корней: любое число является его корнем.*

Во втором случае, когда $b \neq 0$, при любом значении x получим неверное равенство $0x = b$. Тогда можно сделать следующий вывод: *если $a = 0$ и $b \neq 0$, то уравнение $ax = b$ корней не имеет.*

Полученные выводы представим в виде таблицы.

Значения a и b	$a \neq 0$	$a = 0, b = 0$	$a = 0, b \neq 0$
Корни уравнения $ax = b$	$x = \frac{b}{a}$	x — любое число	Корней нет

ПРИМЕР 1 Решите уравнение:

1) $(3x + 2,1)(8 - 2x) = 0$; 2) $|5x - 6| = 4$.

Решение. 1) Вы знаете, что произведение нескольких множителей равно нулю тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, и наоборот, если хотя бы один из множителей равен нулю, то и произведение равно нулю. Поэтому для решения данного уравнения достаточно решить каждое из уравнений:

$$3x + 2,1 = 0, \quad 8 - 2x = 0.$$

Отсюда $x = -0,7$ или $x = 4$.

Ответ: $-0,7; 4$.

2) Учитывая, что существуют только два числа, -4 и 4 , модули которых равны 4 , получаем:

$$5x - 6 = 4 \text{ или } 5x - 6 = -4.$$

Отсюда $x = 2$ или $x = 0,4$.

Ответ: $2; 0,4$. ●

Обратим ваше внимание на то, что рассмотренные уравнения не являются линейными, однако решение каждого из них сводится к решению линейного уравнения.

ПРИМЕР 2 Решите уравнение:

1) $(a - 1)x = 2$;

2) $(a + 9)x = a + 9$.

Решение. 1) При $a = 1$ уравнение принимает вид $0x = 2$. В этом случае корней нет. При $a \neq 1$ получаем: $x = \frac{2}{a-1}$.

Ответ: если $a = 1$, то уравнение не имеет корней;

если $a \neq 1$, то $x = \frac{2}{a-1}$.

2) При $a = -9$ уравнение принимает вид $0x = 0$. В этом случае корнем уравнения является любое число. При $a \neq -9$ получаем: $x = 1$.

Ответ: если $a = -9$, то x — любое число;

если $a \neq -9$, то $x = 1$. ●

?

1. Какое уравнение называют линейным уравнением с одной переменной?
2. Сколько корней имеет линейное уравнение $ax = b$, если:
 - 1) $a \neq 0$;
 - 2) $a = 0$, $b \neq 0$;
 - 3) $a = b = 0$?

УПРАЖНЕНИЯ

33.° Какие из данных уравнений являются линейными:

1) $3x = 6$;

3) $x^2 = 4$;

5) $\frac{4}{x} = 2$;

7) $x = 0$;

2) $x = 4$;

4) $|x| = 2$;

6) $\frac{1}{4}x = 2$;

8) $0x = 8$?

34.° Решите уравнение:

1) $18 - 16x = -30x - 10$;

4) $6x - 19 = -2x - 15$;

2) $-7x + 2 = 3x - 1$;

5) $0,2x + 3,4 = 0,6x - 2,6$;

3) $10 - 2x = 12 + x$;

6) $\frac{5}{6}x + 12 = \frac{1}{4}x - 2$.

35.° Найдите корень уравнения:

1) $10x + 7 = 8x - 9$;

3) $2,7 + 1,9x = 2x + 1,5$;

2) $20 - 3x = 2x - 45$;

4) $\frac{13}{18}x + 13 = \frac{7}{12}x + 8$.

36.° Докажите, что:

1) корнем уравнения $4(x - 5) = 4x - 20$ является любое число;

2) уравнение $2y - 8 = 4 + 2y$ не имеет корней.

37.° Решите уравнение:

1) $-3(x - 4) = 5x - 12$;

3) $26 - 4x = 3x - 7(x - 3)$;

2) $(16x - 5) - (3 - 5x) = 6$;

4) $-2(3 - 4x) + 5(2 - 1,6x) = 4$.

38.° Решите уравнение:

$$1) 4(13 - 3x) - 17 = -5x; \quad 3) 14 - x = 0,5(4 - 2x) + 12;$$

$$2) (18 - 3x) - (4 + 2x) = 10; \quad 4) 4x - 3(20 - x) = 10x - 3(11 + x).$$

39.° Решите уравнение:

$$1) 0,8 - (1,5x - 2) = -0,8 + 4,5x;$$

$$2) 0,6x - 5(0,3x + 0,2) = 0,5(x - 1) - 0,8;$$

$$3) \frac{1}{7} \left(\frac{7}{8}y + 7 \right) - \frac{3}{4} \left(\frac{2}{9}y + 1\frac{7}{9} \right) = \frac{1}{12};$$

$$4) \frac{5}{27}(5,4 - 8,1y) = 0,03 + \frac{4}{17}(6,8 - 3,4y).$$

40.° Найдите корень уравнения:

$$1) 0,9x - 0,6(x - 3) = 2(0,2x - 1,3);$$

$$2) -0,4(3x - 1) + 8(0,8x - 0,3) = 5 - (3,8x + 4);$$

$$3) \frac{4}{7}(0,56 - 4,2y) + 0,4 = \frac{5}{13}(0,52 - 6,5y).$$

41.° Решите уравнение:

$$1) 8(7x - 3) = -48(3x + 2); \quad 2) 4,5(8x + 20) = 6(6x + 15).$$

42.° Чему равен корень уравнения:

$$1) -36(6x + 1) = 9(4 - 2x); \quad 2) 3,2(3x - 2) = -4,8(6 - 2x)?$$

43.° Решите уравнение:

$$1) (4x - 1,6)(8 + x) = 0; \quad 3) (3x - 2) \left(4 + \frac{1}{3}x \right) = 0;$$

$$2) x(5 - 0,2x) = 0; \quad 4) (2x + 1,2)(x + 1)(0,7x + 0,21) = 0.$$

44.° Решите уравнение:

$$1) (1,8 - 0,3y)(2y + 9) = 0; \quad 2) (5y + 4)(1,1y - 3,3) = 0.$$

45.° Решите уравнение:

$$1) \frac{5x - 4}{2} = \frac{16x + 1}{7}; \quad 2) \frac{4y + 33}{3} = \frac{17 + y}{2}.$$

46.° Найдите корень уравнения:

$$1) \frac{3m + 5}{4} = \frac{5m + 1}{3}; \quad 2) \frac{5x + 3}{5} = \frac{x - 5}{8}.$$

47.° Чему равен корень уравнения:

$$1) \frac{2x}{3} + \frac{5x}{4} = 23; \quad 2) \frac{x}{6} - \frac{x}{8} = \frac{7}{36}; \quad 3) \frac{3x}{10} - \frac{4}{15} = \frac{x}{6}?$$

48.° Решите уравнение:

$$1) \frac{7x}{6} - \frac{5x}{18} = \frac{4}{27}; \quad 2) \frac{2x}{7} + \frac{x}{4} = \frac{15}{14}; \quad 3) -\frac{x}{8} + 1 = \frac{x}{12}.$$

49.° При каком значении переменной:

- 1) значение выражения $4x - 0,2(8x - 7)$ равно $-22,6$;
- 2) выражения $0,2(3 - 2y)$ и $0,3(7 - 6y) + 2,7$ принимают равные значения;

- 3) значение выражения $0,6y$ на $1,5$ больше значения выражения $0,3(y - 4)$;
 4) значение выражения $5x - 1$ в 5 раз меньше значения выражения $6,5 + 2x$?

50.* При каком значении переменной:

- 1) выражения $6 - (2x - 9)$ и $(18 + 2x) - 3(x - 3)$ принимают равные значения;
 2) значение выражения $-4(2y - 0,9)$ на $2,4$ меньше значения выражения $5,6 - 10y$?

51.* Решите уравнение:

- 1) $|x| + 6 = 13$; 4) $|x - 5| = 4$; 7) $|3x + 4| = 2$;
 2) $|x| - 7 = -12$; 5) $|9 + x| = 0$; 8) $|2x + 1| + 13 = 14$;
 3) $7|x| - 3 = 0$; 6) $|x - 4| = -2$; 9) $||x| - 3| = -5$.

52.* Решите уравнение:

- 1) $|x| - 8 = -5$; 3) $|x + 12| = 3$; 5) $|10x - 7| - 32 = -16$;
 2) $|x| + 5 = 2$; 4) $|8 - 0,2x| = 12$; 6) $||x| - 2| = 2$.

53.* При каком значении a уравнение:

- 1) $5ax = -45$ имеет корень, равный числу 3 ;
 2) $(a - 4)x = -5a + 4x - 7$ имеет корень, равный числу -6 ?

54.* При каком значении a уравнение:

- 1) $3ax = 12 - x$ имеет корень, равный числу -9 ;
 2) $(5a + 2)x = 8 - 2a$ имеет корень, равный числу 2 ?

55.* Укажите какое-либо значение b , при котором будет целым числом корень уравнения:

- 1) $0,1x = b$; 2) $bx = 21$; 3) $\frac{1}{6}x = b$; 4) $bx = \frac{1}{6}$.

56.* Составьте уравнение, которое:

- 1) имеет единственный корень, равный числу -4 ;
 2) имеет бесконечно много корней;
 3) не имеет корней.

57.* Найдите все целые значения m , при которых является целым числом корень уравнения:

- 1) $mx = 3$; 2) $(m + 4)x = 49$.

58.* Найдите все целые значения n , при которых является натуральным числом корень уравнения:

- 1) $nx = -5$; 2) $(n - 6)x = 25$.

59.* При каком значении b имеют один и тот же корень уравнения:

- 1) $7 - 3x = 6x - 56$ и $x - 3b = -35$;
 2) $2y - 9b = 7$ и $3,6 + 5y = 7(1,2 - y)$?

60.* При каком значении c имеют один и тот же корень уравнения:

- 1) $(4x + 1) - (7x + 2) = x$ и $12x - 9 = c + 5$;
 2) $\frac{1}{7}cx = x + c$ и $6 - 3(2x - 4) = -8x + 4$?

- 61.* При каком значении a не имеет корней уравнение:
1) $ax = 6$; 2) $(3 - a)x = 4$; 3) $(a - 2)x = a + 2$?
- 62.* При каком значении a любое число является корнем уравнения:
1) $ax = a$; 2) $(a - 2)x = 2 - a$; 3) $a(a + 5)x = a + 5$?
- 63.* При каких значениях a имеет единственный корень уравнение:
1) $(a - 5)x = 6$; 2) $(a + 7)x = a + 7$?
- 64.* Решите уравнение:
1) $(b + 1)x = 9$; 2) $(b^2 + 1)x = -4$.
- 65.* Решите уравнение $(m + 8)x = m + 8$.
- 66.* Каким выражением можно заменить звездочку в равенстве $6x + 8 = 4x + *$, чтобы получилось уравнение:
1) не имеющее корней;
2) имеющее бесконечно много корней;
3) имеющее единственный корень?
- 67.* В равенстве $2(1,5x - 0,5) = 7x + *$ замените звездочку таким выражением, чтобы получившееся уравнение:
1) не имело корней;
2) имело бесконечно много корней;
3) имело единственный корень.
- 68.* Решите уравнение:
1) $|x| + 3x = 12$; 2) $|x| - 4x = 9$; 3) $2(x - 5) - 6|x| = -18$.
- 69.* Решите уравнение:
1) $2x - |x| = -1$; 2) $7|x| - 3(x + 2) = -10$.
- 70.* При каких целых значениях a корень уравнения:
1) $x - 2 = a$; 2) $x + 7a = 9$; 3) $2x - a = 4$; 4) $x + 2a = 3$
является целым числом, которое делится нацело на 2?
- 71.* При каких целых значениях b корень уравнения:
1) $x + 3 = b$; 2) $x - 2 = b$; 3) $x - 3b = 8$
является целым числом, которое делится нацело на 3?
- 72.* При каких значениях b корень уравнения меньше, чем b :
1) $3x = b$; 2) $x = 2b$?
- 73.* При каких значениях d корень уравнения больше, чем d :
1) $4x = d$; 2) $\frac{1}{5}x = d$?

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

74. Один работник может выполнить задание за 45 ч, а другому для этого требуется в $1\frac{1}{2}$ раза меньше времени, чем первому. За сколько часов они выполнят задание, работая вместе? Какую часть задания при этом выполнит каждый из них?

75. За первый день Вася прочел $\frac{8}{15}$ страниц книги, за второй — $\frac{5}{12}$ страниц книги и за третий день — оставшиеся 12 страниц. Сколько страниц в этой книге?
76. Известно, что n — натуральное число. Каким числом, четным или нечетным, является значение выражения:
 1) $4n$; 2) $2n - 1$; 3) $n(n + 1)$?
77. Верно ли утверждение, что при любом значении a :
 1) $2a > a$; 2) $2|a| > |a|$?

УЧИМСЯ ДЕЛАТЬ НЕСТАНДАРТНЫЕ ШАГИ

78. Сколько существует шестизначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна четная цифра?

3. Решение задач с помощью уравнений

Вам неоднократно приходилось решать задачи с помощью составления уравнений. Разнообразие этих задач является лучшим подтверждением универсальности этого метода. В чем же секрет его силы?

Дело в том, что условия непохожих друг на друга задач удается записать математическим языком. Полученное уравнение — это результат перевода условия задачи с русского языка на математический.

Часто условие задачи является описанием какой-то реальной ситуации. Составленное по этому условию уравнение называют **математической моделью** данной ситуации.

Конечно, чтобы получить ответ, уравнение надо решить. Для этого в алгебре разработаны различные методы и приемы. С некоторыми из них вы уже знакомы, многие другие вам еще предстоит изучить.

Найденный корень уравнения — это еще не ответ задачи. Следует выяснить, не противоречит ли полученный результат реальной ситуации, описанной в условии задачи.

Рассмотрим, например, такие задачи.

- 1) За 4 ч собрали 6 кг ягод, причем каждый час собирали одинаковое по массе количество ягод. Сколько килограммов ягод собирали за 1 ч?
- 2) Несколько мальчиков собрали 6 кг ягод. Каждый из них собрал по 4 кг. Сколько мальчиков собирали ягоды?

По условию обеих задач можно составить одно и то же уравнение $4x = 6$, корнем которого является число 1,5. Но в первой задаче ответ «собирали полтора килограмма ягод за час» является приемлемым, а во второй — «ягоды собирали полтора мальчика» — нет. Поэтому вторая задача не имеет решений.

При решении задач на составление уравнений рекомендуется придерживаться такой последовательности действий:

- 1) по условию задачи составить уравнение (сконструировать математическую модель задачи);
- 2) решить полученное уравнение;
- 3) выяснить, соответствует ли найденный корень смыслу задачи, и дать ответ.

Эту последовательность действий, состоящую из трех шагов, можно назвать **алгоритмом** решения текстовых задач.

ПРИМЕР 1 Рабочий должен был выполнить заказ за 8 дней. Однако, изготавливая ежедневно 12 деталей сверх нормы, он уже за 6 дней работы не только выполнил заказ, но и изготовил дополнительно 22 детали. Сколько деталей ежедневно изготавливал рабочий?

Решение. Пусть рабочий изготавливал ежедневно x деталей. Тогда по плану он должен был изготавливать ежедневно $(x - 12)$ деталей, а всего их нужно было изготовить $8(x - 12)$. На самом деле он изготовил $6x$ деталей. Поскольку по условию значение выражения $6x$ на 22 больше значения выражения $8(x - 12)$, то получаем уравнение

$$6x - 22 = 8(x - 12).$$

$$\text{Тогда } 6x - 22 = 8x - 96;$$

$$6x - 8x = -96 + 22;$$

$$-2x = -74;$$

$$x = 37.$$

Ответ: 37 деталей. ●

ПРИМЕР 2 Велосипедист проехал 65 км за 5 ч. Часть пути он ехал со скоростью 10 км/ч, а оставшийся путь — со скоростью 15 км/ч. Сколько времени он ехал со скоростью 10 км/ч и сколько — со скоростью 15 км/ч?

Решение. Пусть велосипедист ехал x ч со скоростью 10 км/ч. Тогда со скоростью 15 км/ч он ехал $(5 - x)$ ч. Первая часть пути составляет $10x$ км, а вторая — $15(5 - x)$ км. Поскольку весь путь составлял 65 км, то имеем уравнение

$$10x + 15(5 - x) = 65.$$

$$\begin{aligned} \text{Отсюда } 10x + 75 - 15x &= 65; \\ -5x &= -10; \\ x &= 2. \end{aligned}$$

Следовательно, со скоростью 10 км/ч он ехал 2 ч, а со скоростью 15 км/ч — 3 ч.

Ответ: 2 ч, 3 ч. ●

УПРАЖНЕНИЯ

- 79.° Петя купил 24 тетради, причем тетрадей в линейку он купил на 6 больше, чем тетрадей в клетку. Сколько тетрадей каждого вида купил Петя?
- 80.° С двух деревьев собрали 65,4 кг вишен, причем с одного дерева собрали на 12,6 кг меньше, чем со второго. Сколько килограммов вишен собрали с каждого дерева?
- 81.° Периметр прямоугольника равен 7,8 см, а одна из его сторон на 1,3 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.
- 82.° Одна из сторон прямоугольника в 11 раз меньше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 144 см.
- 83.° Три самые высокие горные вершины Украины — Говерла, Бребенескул и Петрос находятся в самом высоком горном массиве Черногоры в Карпатах. Сумма их высот равна 6113 м, причем Говерла на 29 м выше, чем Бребенескул, и на 41 м выше, чем Петрос. Найдите высоту каждой из вершин.
- 84.° Три самые глубокие пещеры Украины — Солдатская, Каскадная и Нахимовская находятся в Крыму. Сумма их глубин равна 1874 м, причем глубина Каскадной в 1,2 раза меньше глубины Солдатской и на 26 м больше глубины Нахимовской. Найдите глубину каждой из пещер.
- 85.° В доме 160 квартир трех видов: однокомнатные, двухкомнатные и трехкомнатные. Однокомнатных квартир в 2 раза меньше, чем двухкомнатных, и на 24 меньше, чем трехкомнатных. Сколько в доме квартир каждого вида?
- 86.° Трое рабочих изготовили 96 деталей. Первый из них изготовил в 3 раза больше деталей, чем второй, а третий — на 16 деталей больше, чем второй. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?
- 87.° В трех цехах завода работает 101 человек. Количество рабочих первого цеха составляет $\frac{4}{9}$ количества рабочих третьего цеха, а количество рабочих второго цеха — 80 % количества рабочих третьего. Сколько человек работает в первом цехе?

- 88.° Велосипедисты участвовали в трехдневном велопробеге. Во второй и третий дни они проехали соответственно 120 % и $\frac{4}{5}$ расстояния, которое преодолели за первый день. Какой путь они проехали в первый день, если длина всего маршрута составляет 270 км?
- 89.° В 6 больших и 8 маленьких ящиков разложили 232 кг яблок. Сколько килограммов яблок оказалось в каждом ящике, если в каждом маленьком ящике было на 6 кг яблок меньше, чем в каждом большом?
- 90.° В двух залах кинотеатра 534 места. В одном зале 12 одинаковых рядов, а в другом — 15 одинаковых рядов. В каждом ряду первого зала на 4 места больше, чем в каждом ряду второго. Сколько мест в каждом зале кинотеатра?
- 91.° Расстояние между двумя городами мотоциклист проехал за 0,8 ч, а велосипедист — за 4 ч. Скорость велосипедиста на 48 км/ч меньше скорости мотоциклиста. Найдите скорость каждого из них.
- 92.° За 2 кг конфет одного вида заплатили столько же, сколько за 3,5 кг конфет другого вида. Какова цена каждого вида конфет, если 1 кг конфет первого вида на 12 грн дороже 1 кг конфет второго вида?
- 93.° Килограмм огурцов на 0,8 грн дешевле килограмма помидоров. Сколько стоит 1 кг помидоров, если за 3,2 кг помидоров заплатили столько же, сколько за 3,6 кг огурцов?
- 94.° В одном баке было в 3 раза больше воды, чем в другом. Когда в первый бак долили 16 л воды, а во второй — 80 л, то в обоих баках воды стало поровну. Сколько литров воды было сначала в каждом баке?
- 95.° На одной полке было в 4 раза больше книг, чем на другой. Когда с первой полки взяли 5 книг, а на вторую поставили 16 книг, то на обеих полках книг стало поровну. Сколько книг было сначала на каждой полке?
- 96.° Сейчас отцу 26 лет, а его сыну — 2 года. Через сколько лет отец будет в 5 раз старше сына?
- 97.° Сейчас матери 40 лет, а ее дочери — 18 лет. Сколько лет тому назад дочь была в 3 раза младше матери?
- 98.° Для школьной библиотеки приобрели 40 орфографических и толковых словарей украинского языка на общую сумму 690 грн. Сколько было куплено словарей каждого вида, если орфографический словарь стоит 15 грн, а толковый — 24 грн?
- 99.° Вкладчик положил в банк 3000 грн на два различных депозитных счета, причем по первому счету ему начисляли